

**ОЛІМПАДА КИЇВСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА:
ФАКУЛЬТЕТ КІБЕРНЕТИКИ**

В олімпіаді можуть брати участь учні випускних класів середніх шкіл, ліцеїв та гімназій України, які бажають вступити на факультет кібернетики.

Олімпіада проходить в два тури. Перший - заочний, другий - очний.

Переможці першого туру запрошуються до участі в другому турі.

Переможці другого туру університетської олімпіади при вступі користуються пільгами, що визначаються Приймальною комісією університету.

Усі учасники олімпіади повинні надіслати поштою або передати особисто до факультету кібернетики (проспект академіка Глушкова, 4д, кімн. 29) не пізніше 1 квітня 2014 року розв'язки задач першого туру у зошиті, а також 2 поштових конверти із маркою та своєю зворотною адресою. Анкета учасника наклеюється на обкладинку зошита.

АНКЕТА УЧАСНИКА ОЛІМПАДИ

Прізвище _____

Ім'я _____

По-батькові _____

Область _____

Місто, село _____

Номер школи, клас _____

Адреса школи, телефон _____

Домашня поштова адреса _____

Контактний телефон _____

Електронна адреса (E-mail) _____

Зошити надсилаються за адресою:

01601, місто Київ,

вул. Володимирська, 64/13

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

факультет кібернетики, кімн. 29

журі олімпіади 2014,

телефон для довідок (044) 259-01-39

Олімпіада факультету кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка 2014 року

**Заочний тур
(МАТЕМАТИКА)**

1. Нехай многочлен $P(x)$ має степінь $n > 1$. Яка найбільша кількість послідовних цілих чисел може міститися у множині $\{P(x), x \in \mathbb{Z}\}$ (через \mathbb{Z} , як завжди, позначено множину цілих чисел).

2. Числа p, q обрано таким чином, що графіки $y = -2x^2$ і $y = x^2 + px + q$ перетинаються в двох точках, обмежуючи деяку фігуру. Знайти рівняння вертикальної прямої, що ділить площу цієї фігури навпіл.

3. Чи можна розрізати круг на кілька (скінченну кількість) рівних частин так, щоб хоча б одна з частин не містила центр круга ні всередині, ні на своїй межі? Кожен розріз може бути відрізком, або дугою довільного радіуса між будь-якими двома точками круга.

4. Послідовність натуральних чисел a_n задано таким чином: $a_1 = 2$ і a_{n+1} – найбільший простий дільник числа $a_1 a_2 a_3 \dots a_n + 1, n \geq 1$. Чи трапляється у цій послідовності число 5?

5. Задано трапецію $ABCD$, у якої більшою основою є AD . Нехай M – точка перетину прямих AC і BD . Кола γ_1, γ_2 проходять через точку M і дотикаються до прямої AD в точках A і D відповідно. Нехай S – точка перетину прямих AB і DC , X – точка перетину прямої AS і кола γ_1 , Y – точка перетину DS і кола γ_2 , O – центр кола, описаного навколо трикутника ASD . Доведіть, що $SO \perp XY$.

**Заочний тур
(ІНФОРМАТИКА)**

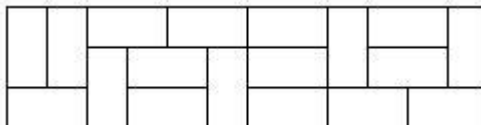
*До кожної запропонованої задачі слід надати алгоритм розв'язку
та написати програму однією з мов програмування*

1. **Гра з перемикачами.** Є нескінченна кількість ламп, що знаходяться у вимкненому стані. На кожному етапі гри (нумерація етапів починається з 1) вмикаються (якщо вони були вимкнені) або вимикаються (якщо вони були увімкнені) всі ті лампи, номери яких кратні номеру етапу гри. Визначити стан n -ої лампи після n -го етапу гри. Обчислити відповідь для $n = 2014^{2014}$ та для $n = 2015^{2015}$.

2. **Дільники.** Визначимо функцію $f(x)$, рівну кількості дільників числа x . За заданими двома цілими числами a та b ($a \leq b$) обчислити $f(a) + f(a + 1) + \dots + f(b)$. Обчислити відповідь для $a = 1000$, $b = 100000000$.

3. **Просте рівняння.** Петрик знайшов у книжці просте математичне рівняння: $a*x + b*y = 1$. Його цікавлять лише цілочисельні розв'язки цього рівняння і лише ті, у яких $x \geq 0$. Допоможіть Петрику їх знайти. Обчислити відповідь для $a = 941$, $b = 226$.

4. **3-розбиття.** Скількома способами можна замостити $3*n$ прямокутник за допомогою $2*1$ кісток доміно? Нижче наведено приклад замощення такими плитками прямокутника $3*12$.



Обчислити відповідь для $n = 30$.

5. Рядки Фібоначчі. Послідовність рядків Фібоначчі визначається наступним чином: $s_1 = b$, $s_2 = a$, $s_k = s_{k-1} + s_{k-2}$ для $k > 2$ (під додаванням рядків розуміють їх конкатенацію). Наприклад, $s_3 = ab$, $s_4 = aba$, $s_5 = abaab$ і т.д. Задано натуральні числа n , m , l . Вивести підрядок рядка s_n , який починається у позиції m і має довжину l . Обчислити відповідь для $n = 15$, $m = 10$, $l = 21$.