

Завдання з математики очного туру олімпіади факультету кібернетики

1998 рік

1. На дошці записано числа $1, 2, \dots, 1998$. Дозволяється витерти будь-які два числа і записати замість них їх різницю. Після багаторазового повторення цієї операції на дошці залишилося одне число. Вказати всі можливі способи витирання, при яких воно дорівнює нулю.
2. Знайти всі розв'язки рівняння $x^2 - 2y^2 = 1$ в простих числах x, y .
3. Учитель розставив учнів на прямій стежці. За його сигналом вони біжать в точку стежки, вказану ним, а потім повертаються на свої місця. Після цього вчитель вказує іншу точку і т.д. Перевірити твердження: "Після кожного повернення на свої місця найбільша відстань пробігається якимось з крайніх учнів (можливо, обома)".
4. Із вершини A квадрата $ABCD$ проведена пряма, яка перетинає границю квадрата в точці A_1 . Тангенс кута нахилу цієї прямої до сторони дорівнює k/p , де k і p — взаємно прості натуральні числа. Точка A_1 ортогонально проектується в точку A_2 на протилежній стороні квадрата. Із точки A_2 проводиться пряма, яка паралельна AA_1 і перетинає границю квадрата в точці A_3 . Точка A_3 ортогонально проектується на протилежну сторону квадрата в точку A_4 і т.д. (доки це можливо). На скільки частин вказані прямі розбивають квадрат?