

Завдання з математики очного туру олімпіади факультету кібернетики

1999 рік

1. Довести, що кути між бісектрисами плоских кутів довільного тригранного кута одночасно або гострі, або прямі, або тупі.
2. На площині задана множина з $2n$ точок, причому пряма, яка проходить через будь-які дві її точки, не містить інших її точок. Одну половину точок зафарбовано в один колір, а другу половину — в інший. Чи можна вибрати n відрізків з кінцями в точках даної множини так, щоб вони попарно не перетиналися, а їх кінці були різнокольоровими?
3. На кожному з ребер довільного тетраедра вказано один з можливих напрямків. В яких випадках сума отриманих векторів-ребер дорівнює нуль-вектору?

4. Розв'язати рівняння

$$\frac{1}{\sin^{18} x} + \frac{1}{\cos^{20} x} = 1000.$$

5. Стос документів розділили на n частин і передали на зберігання n особам, у кожної з яких є телефон. Довести, що при $n > 3$ досить $2n - 4$ телефонних розмов, після яких всі особи ознайомилися б зі змістом всіх документів.