

Завдання з математики очного туру олімпіади факультету кібернетики

2007 рік

1. Відомо, що ціле число n є добутком двох простих чисел, $n = pq$, де p і q — прості множники. Функція Ейлера $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$. Як по відомим значенням n та $\varphi(n) = a$ знайти p і q ?
2. У Петі є монети вартістю 3 та 5 копійок. Кількість 3-ьох копійчаних монет 3000, кількість 5-ти копійчаних — 2000. Скількома способами він може купити відеокарту вартістю 100 гривень?
3. В чотирикутнику, в який вписане коло, відомі довжини двох сусідніх сторін a і b та його периметр p . Обчислити максимально можливе значення радіуса вписаного кола.
4. Доведіть, що для кожного n існує коло, в середині якого лежить рівно n точок з цілочисельними координатами.
5. Чи можливо розбити всі натуральні числа на дві множини таким чином, щоб ні одна з цих множин не містила ні однієї нескінченної цілочисельної арифметичної прогресії. Вкажіть алгоритм побудови перших n чисел цієї множини.
6. Довести, що в числі $(6 + \sqrt{37})999$ перші 999 знаків після коми нулі.